☺ **Exercice p 111, n° 6 :**

On considère l'équation à deux inconnues suivantes : $2x+3y=5$.
Chacun des couples suivants est-il solution de cette équation ? Justifier la réponse.

a) $(0;2)$; **b)** $(1;1)$; **c)** $(-1;2)$;

d) $(2;-1)$; **e)** $\left(\frac{1}{2};\frac{4}{3}\right)$; **f)** $(7;-3)$.

Correction :

a) Si $x=0$ et $y=2$, alors : $2x+3y=2\times0+3\times2=6\neq5$.
Donc le couple $(0;2)$ n'est pas solution de l'équation.

b) Si $x=1$ et $y=1$, alors : $2x+3y=2\times1+3\times1=2+3=5$.
Donc le couple $(1;1)$ est solution de l'équation.

c) Si $x=-1$ et $y=2$, alors : $2x+3y=2\times(-1)+3\times2=-2+6=4\neq5$.
Donc le couple $(-1;2)$ n'est pas solution de l'équation.

d) Si $x=2$ et $y=-1$, alors : $2x+3y=2\times2+3\times(-1)=4-3=1\neq5$.
Donc le couple $(2;-1)$ n'est pas solution de l'équation.

e) Si $x=\frac{1}{2}$ et $y=\frac{4}{3}$, alors : $2x+3y=2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{4}{3}=1+4=5$.
Donc le couple $\left(\frac{1}{2};\frac{4}{3}\right)$ est solution de l'équation.

f) Si $x=7$ et $y=-3$, alors : $2x+3y=2\times7+3\times(-3)=14-9=5$.
Donc le couple $(7;-3)$ est solution de l'équation.

☺ **Exercice p 111, n° 7 :**

On considère le système : l'équation à deux inconnues suivantes : $\begin{cases}2x-3y=-26\\x+2y=8\end{cases}$.

Chacun des couples suivants est-il solution de ce système ?

a) $(-13;0)$; **b)** $(-4;7)$; **c)** $\left(-\frac{7}{2};-7\right)$;

d) $(6;-4)$; **e)** $(-4;6)$; **f)** $\left(-\frac{5}{2};7\right)$.

Correction :

a) Si $x=-13$ et $y=0$, alors : $x+2y=-13+2\times0=-13\neq8$.
Le couple $(-13;0)$ n'est pas solution de la deuxième équation : il n'est donc pas solution du système.

b) Si $x=-4$ et $y=7$, alors : $x+2y=-4+2\times7=-4+14=10\neq8$.
Le couple $(-4;7)$ n'est pas solution de la deuxième équation : il n'est donc pas solution du système.

c) Si $x = -\frac{7}{2}$ et $y = -7$, alors : $2x - 3y = 2\times\left(-\frac{7}{2}\right) - 3\times(-7) = -7 + 21 = 14 \neq -26$.

Le couple $\left(-\frac{7}{2};-7\right)$ n'est pas solution de la première équation : il n'est donc pas solution du système.

d) Si $x = 6$ et $y = -4$, alors : $x + 2y = 6 + 2\times(-4) = 6 - 8 = -2 \neq 8$.

Le couple $(6;-4)$ n'est pas solution de la deuxième équation : il n'est donc pas solution du système.

e) Si $x = -4$ et $y = 6$, alors : $2x - 3y = 2\times(-4) - 3\times 6 = -8 - 18 = -26$

et $x + 2y = -4 + 2\times 6 = -4 + 12 = 8$

Le couple $(-4;6)$ est solution des deux équations : c'est donc une solution du système.

f) Si $x = -\frac{5}{2}$ et $y = 7$, alors : $x + 2y = -\frac{5}{2} + 2\times 7 = -\frac{5}{2} + \frac{28}{2} = \frac{23}{2} = 11{,}5 \neq 8$.

Le couple $\left(-\frac{5}{2};7\right)$ n'est pas solution de la deuxième équation : il n'est donc pas solution du système.

☺ **Exercice p 113, n° 25 :**

Résoudre le système $\begin{cases} x + 5y = 12 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$ par substitution.

Correction :

Résolvons le système $\begin{cases} x + 5y = 12 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$ par substitution :

$\begin{cases} x + 5y = 12 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 12 - 5y \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 12 - 5y \\ 4(12 - 5y) - 3y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 12 - 5y \\ 48 - 23y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 12 - 5y \\ -23y = -46 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 12 - 5\times 2 \\ y = 2 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} x = 2 \\ y = 2. \end{cases}}$

Le système admet un unique couple solution : c'est $(2;2)$.

☺ **Exercice p 113, n° 27 :**

Résoudre le système $\begin{cases} 5x + y = 12 \\ 4x - 3y = -17 \end{cases}$ par substitution.

Correction :

Résolvons le système $\begin{cases} 5x+y=12 \\ 4x-3y=-17 \end{cases}$ par substitution :

$\begin{cases} 5x+y=12 \\ 4x-3y=-17 \end{cases}$ $\begin{cases} y=12-5x \\ 4x-3y=-17 \end{cases}$ $\begin{cases} y=12-5x \\ 4x-3(12-5x)=-17 \end{cases}$ $\begin{cases} y=12-5x \\ 19x-36=-17 \end{cases}$ $\begin{cases} y=12-5x \\ 19x=19 \end{cases}$

$\begin{cases} y=12-5\times 1 \\ x=1 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} x=1 \\ y=7. \end{cases}}$

Le système admet un unique couple solution : c'est $(1;7)$.

☺ **Exercice p 113, n° 28 :**

Résoudre le système $\begin{cases} 2x-y=-5 \\ 8x+3y=8 \end{cases}$ par substitution.

Correction :

Résolvons le système $\begin{cases} 2x-y=-5 \\ 8x+3y=8 \end{cases}$ par substitution :

$\begin{cases} 2x-y=-5 \\ 8x+3y=8 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x+5 \\ 8x+3y=8 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x+5 \\ 8x+3(2x+5)=8 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x+5 \\ 14x+15=8 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x+5 \\ 14x=-7 \end{cases}$

$\begin{cases} y=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+5 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=4. \end{cases}}$

Le système admet un unique couple solution : c'est $\left(-\frac{1}{2};4\right)$.

☺ **Exercice p 116, n° 58 :** **(Amiens 2003)**

Dans un restaurant, un couple commande 1 pizza et 2 jus de fruit et paye 11 euros.
A la table voisine, des amis commandent 5 pizzas et 9 jus de fruit et payent 53 euros.
Toutes les pizzas sont au même prix.
Tous les jus de fruit sont au même prix.
On appelle x le prix en euros d'une pizza et y le prix en euros d'un jus de fruit.
1) Ecrire un système d'équations traduisant les données.
2) Calculer le prix d'une pizza et celui d'un jus de fruit.

Correction :

1) x désignant le prix en euros d'une pizza et y le prix en euros d'un jus de fruit, les données du problème se traduisent par le système d'équations (S) : $\boxed{\begin{cases} x+2y=11 \\ 5x+9y=53. \end{cases}}$

2) Résolvons le système (S) par substitution :

$$\begin{cases} x+2y=11 \\ 5x+9y=53 \end{cases} \quad \begin{cases} x=11-2y \\ 5x+9y=53 \end{cases} \quad \begin{cases} x=11-2y \\ 5(11-2y)+9y=53 \end{cases} \quad \begin{cases} x=11-2y \\ 55-y=53 \end{cases} \quad \begin{cases} x=11-2\times 2 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} x=7 \\ y=2. \end{cases}}$$

Le système admet un unique couple solution : c'est $(7;2)$.

Conclusion :

Une pizza coûte 7 € et un jus de fruit 2 €.

ou

Résolvons-le système (S) par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} x+2y=11 & L_1 \\ 5x+9y=53 & L_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+2y=11 & L_1 \\ 10y-9y=55-53 & 5L_1-L_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+2\times 2=11 \\ y=2 \end{cases} \quad \boxed{\begin{cases} x=7 \\ y=2. \end{cases}}$$

☺ **Exercice p 115, n° 45 :**

Don Juan veut offrir un bouquet de fleurs. Le fleuriste lui propose :

- un bouquet composé de 5 jonquilles et 7 roses, pour un prix total de 24 € ;
- un bouquet composé de 8 jonquilles et 6 roses, pour un prix total de 25,40 €.

Calculer le prix d'une jonquille et celui d'une rose.

Correction :

Soit j le prix (en euros) d'une jonquille et r celui d'une rose.

Résoudre le problème revient à résoudre le système (S) : $\begin{cases} 5j+7r=24 \\ 8j+6r=25,4. \end{cases}$

Résolvons-le système (S) par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} 5j+7r=24 & L_1 \\ 8j+6r=25,4 & L_2 \end{cases} \quad \begin{cases} 5j+7r=24 & L_1 \\ 56r-30r=192-127 & 8L_1-5L_2 \end{cases} \quad \begin{cases} 5j+7r=24 \\ 26r=65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5j+7\times 2,5=24 \\ r=2,5 \end{cases} \quad \begin{cases} 5j+17,5=24 \\ r=2,5 \end{cases} \quad \begin{cases} 5j=6,5 \\ r=2,5 \end{cases} \quad \boxed{\begin{cases} j=1,3 \\ r=2,5. \end{cases}}$$

Le système admet un unique couple solution : c'est $(1,3;2,5)$.

Conclusion :

Une jonquille coûte 1,30 € et une rose, 2,50 €.

☺ **D'après l'activité 4 p 107 :**

Un fermier compte le nombre de pattes de ses canards et de ses lapins. Il compte 90 pattes.
Ce fermier compte aussi le nombre de têtes de ses canards et de ses lapins. Il compte 36 têtes.
Combien le fermier possède-t-il de canards et de lapins ?

Correction :

Soit c le nombre de canards et l le nombre de lapins.

Résoudre le problème revient à résoudre le système (S) : $\begin{cases} c+l=36 \\ 2c+4l=90. \end{cases}$

Résolvons-le système (S) par substitution :

$$\begin{cases} c+l=36 \\ 2c+4l=90 \end{cases} \quad \begin{cases} c=36-l \\ 2c+4l=90 \end{cases} \quad \begin{cases} c=36-l \\ 2(36-l)+4l=90 \end{cases} \quad \begin{cases} c=36-l \\ 72+2l=90 \end{cases} \quad \begin{cases} c=36-l \\ 2l=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=36-9 \\ l=9 \end{cases} \quad \boxed{\begin{cases} c=27 \\ l=9. \end{cases}}$$

Le système admet un unique couple solution : c'est $(27;9)$.

Conclusion :

Le fermier possède donc 27 canards et 9 lapins.

Deuxième méthode de résolution du système (substitution en exprimant l en fonction de c) :

$$\begin{cases} c+l=36 \\ 2c+4l=90 \end{cases} \quad \begin{cases} l=36-c \\ 2c+4l=90 \end{cases} \quad \begin{cases} l=36-c \\ 2c+4(36-c)=90 \end{cases} \quad \begin{cases} l=36-c \\ 144-2c=90 \end{cases} \quad \begin{cases} l=36-c \\ 2c=54 \end{cases}$$

$$\begin{cases} l=36-27 \\ c=27 \end{cases} \quad \boxed{\begin{cases} c=27 \\ l=9. \end{cases}}$$

Troisième méthode (combinaison linéaire pour éliminer c) :

$$\begin{cases} c+l=36 & L_1 \\ 2c+4l=90 & L_2 \end{cases} \quad \begin{cases} c+l=36 & L_1 \\ 4l-2l=90-72 & L_2-2L_1 \end{cases} \quad \begin{cases} c+l=36 \\ 2l=18 \end{cases} \quad \begin{cases} c+9=36 \\ l=9 \end{cases} \quad \boxed{\begin{cases} c=27 \\ l=9. \end{cases}}$$

Quatrième méthode (combinaison linéaire pour éliminer l) :

$$\begin{cases} c+l=36 & L_1 \\ 2c+4l=90 & L_2 \end{cases} \quad \begin{cases} c+l=36 & L_1 \\ 4c-2c=144-90 & 4L_1-L_2 \end{cases} \quad \begin{cases} c+l=36 \\ 2c=54 \end{cases} \quad \begin{cases} 27+l=36 \\ c=27 \end{cases} \quad \boxed{\begin{cases} c=27 \\ l=9. \end{cases}}$$

Cinquième méthode (simplification d'une équation, puis combinaison linéaire pour éliminer c) :

$\begin{cases} c+l=36 \\ 2c+4l=90 \end{cases}$ $\begin{cases} c+l=36 & L_1 \\ c+2l=45 & L_2 \end{cases}$ $\begin{cases} c+l=36 & L_1 \\ 2l-l=45-36 & L_2-L_1 \end{cases}$ $\begin{cases} c+9=36 \\ l=9 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} c=27 \\ l=9. \end{cases}}$

☺ **Exercice p 115, n° 46 :**

Un troupeau de chameaux et de dromadaires vient se désaltérer dans une oasis. On compte 12 têtes et 17 bosses.
Combien ce troupeau compte-t-il de chameaux et de dromadaires ?

Correction :

Soit c le nombre de chameaux et d le nombre de dromadaires.

Résoudre le problème revient à résoudre le système (S) : $\begin{cases} c+d=12 \\ 2c+d=17. \end{cases}$

Résolvons-le système (S) par combinaison linéaire :

$\begin{cases} c+d=12 & L_1 \\ 2c+d=17 & L_2 \end{cases}$ $\begin{cases} c+d=12 & L_1 \\ 2c-c=17-12 & L_2-L_1 \end{cases}$ $\begin{cases} 5+d=12 \\ c=5 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} c=5 \\ d=7. \end{cases}}$

Le système admet un unique couple solution : c'est $(5;7)$.

Conclusion :

Le troupeau compte 5 chameaux et 7 dromadaires.

ou

Résolvons-le système (S) par substitution :

$\begin{cases} c+d=12 \\ 2c+d=17 \end{cases}$ $\begin{cases} d=12-c \\ 2c+d=17 \end{cases}$ $\begin{cases} d=12-c \\ 2c+12-c=17 \end{cases}$ $\begin{cases} d=12-c \\ c+12=17 \end{cases}$ $\begin{cases} d=12-5 \\ c=5 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} c=5 \\ d=7. \end{cases}}$

☺ **Exercice p 116, n° 59 :** **(Versailles 2006)**

1) Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 8x+3y=39,5 \\ 7x+9y=50,5. \end{cases}$

2) Une balade d'une heure en mer est proposée à deux groupes de touristes.
Le premier groupe, composé de 8 adultes et de 3 enfants, paie 39,50 €. Le second, composé de 7 adultes et de 9 enfants, paie 50,50 €.
Quel est donc le prix d'un ticket pour un adulte ? pour un enfant ?

Correction :

1) Résolvons-le système par combinaison linéaire :

$\begin{cases} 8x+3y=39,5 & L_1 \\ 7x+9y=50,5 & L_2 \end{cases}$ $\begin{cases} 8x+3y=39,5 & L_1 \\ 24x-7x=118,5-50,5 & 3L_1-L_2 \end{cases}$ $\begin{cases} 8x+3y=39,5 \\ 17x=68 \end{cases}$

$\begin{cases} 8\times 4+3y=39,5 \\ x=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=4 \\ 3y=7,5 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} x=4 \\ y=2,5. \end{cases}}$

Le système admet un unique couple solution : c'est $(4;2,5)$.

2) Soit x le prix (en euros) d'un ticket pour un adulte, et y celui d'un ticket pour un enfant.

Résoudre le problème revient à résoudre le système $\begin{cases} 8x+3y=39,5 \\ 7x+9y=50,5. \end{cases}$

D'après la question 1, un ticket pour un adulte coûte 4 €, et celui pour un enfant, 2,50 €.